

wtorek 8.12.2012. gr. popołudniowa i 15.12.2012 gr. poranna

1. Obliczyć granice ciągów

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 3n + 2}{2n^3 + 7}$ (1) b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2}{(n - \sqrt{2})^2}$ (1)

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^{n^2}$ (0) d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{2n})^n$ (1/e)

2. Obliczyć granice funkcji

a) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2}{x - \sqrt{2}}$ (1/e) b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{4x^2 - 4}$ (3/8)

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{(x - 2)}$ (-1) d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x - 1}$ (0)

3. Zbadac ciągłość funkcji w podanym punkcie

a) $f(x) = \sin x$; $x_0 = \frac{\pi}{4}$ ($\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \sin x = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $f(x) = \begin{cases} x+1; & x \geq 0 \\ x; & x < 0 \end{cases}$ $x_0 = 0$

4. Obliczyć granice funkcji:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})$ (0) $(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}) = \frac{(x+1) - (x-1)}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}} = \frac{x+1-x+1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2})$ (1/2)

5. Zbadac parzystość funkcji: $f(x) = |x| \cdot x^2$

($f(-x) = |-x| \cdot (-x)^2 = |x| \cdot x^2 = f(x)$ $\rightarrow$ f. jest parzysta)

6. Zbadac parzystość funkcji: $f(x) = 1 - x^3$

($f(-x) = 1 - (-x)^3 = 1 - (-1) \cdot x^3 = 1 + x^3 \neq f(x) \rightarrow$ f. jest nieparzysta)

7. Obliczyć pochodne funkcji:

a) $f(x) = e^{x^2}$ ($e^{x^2} \cdot 2x$) b) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ ($\frac{2x}{x^2 + 1}$)

c) $f(x) = \sin x^2$ ($(\cos x^2) \cdot 2x$) d) $f(x) = \sin^2 x$ ($2 \sin x \cos x = \sin 2x$)

e) $f(x) = a^x$ (~~$a^x \cdot \ln a$~~ $y = a^x \rightarrow \ln y = x \ln a \rightarrow \frac{1}{y} \cdot y' = \ln a \rightarrow y' = y \cdot \ln a \rightarrow y' = a^x \cdot \ln a$)

f) $y = \log_a x$ ($a^y = x \rightarrow \ln a^y = \ln x \rightarrow y \ln a = \ln x \rightarrow y = \frac{\ln x}{\ln a} = \frac{1}{\ln a} \cdot \ln x \rightarrow y' = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x \ln a}$) - do tego zad. zob. wqr. porann.

g) $y = \frac{\sin x}{\cos x}$ ($\frac{1}{\cos^2 x}$)

$\rightarrow$